

# Impostare il valore corretto di esposizione per la fotografia del cielo profondo

Traduzione a cura di Fabio Silvi dal forum di SharpCap. Articolo scritto dal dr. Robin Glover

Ho cercato di mantenere il tono colloquiale tipico della lingua inglese aggiustando solo un po' alcuni termini e frasi che in italiano risulterebbero strani. L'unica aggiunta all'originale sono le tre figure dello Smart Histogram prese dal manuale di SharpCap.



The screenshot shows the SharpCap Forums interface. At the top, there's a navigation bar with 'Register', 'Login', and 'Active topics' buttons. Below it, a search bar and a 'Quick links' section with 'FAQ' are visible. The main breadcrumb trail is 'SharpCap < Forums < Help and Support < Tutorials'. The thread title is 'Picking the correct exposure for Deep Sky'. A 'Forum rules' box is present, stating: 'One tutorial per topic please. Please only post content that you have created in this form. Tutorials should be either in PDF format as an attachment or written in the first post of the topic. Links to video tutorials you created are also acceptable.' The thread is started by 'admin' on 'Thu Nov 23, 2017 9:31 pm'. The first post content is: 'Let's set out the goal to begin with, which is to answer this question : What is the best exposure for me to use when taking Deep Sky Images? Actually, the question is actually a good deal longer than that - something more like Given that I'm using camera [X] with telescope [Y] and that my light pollution levels are [insert value], and that I have a total time available of [so many] hours before dawn/clouds arrive/my target goes behind a tree/having to pack up, what exposure length should I pick for my sub-exposures to give me the best possible image quality in the final stacked image I am going to produce?'. A profile picture of a planet and a camera sensor is shown next to the user 'admin', with details: 'Posts: 5150', 'Joined: Sat Feb 11, 2017 3:52 pm', 'Location: Vale of the White Horse, UK', and 'Contact: [icon]'.

Altri approfondimenti da non perdere assolutamente per una trattazione completa:

- 1) AstroFarsography -- Deep Sky Astrophotography With CMOS Cameras by Dr Robin Glover  
<https://youtu.be/3RH93UvP358>
- 2) Choosing the right gain for Deep Sky imaging with CMOS cameras by Dr Robin Glover  
<https://youtu.be/ub1HjvICJ5Y>
- 3) Manuale di SharpCap  
[https://docs.sharpcap.co.uk/3.2/Smart Histogram](https://docs.sharpcap.co.uk/3.2/Smart%20Histogram)
- 4) Articolo Originale sul forum di SharpCap  
<https://forums.sharpcap.co.uk/viewtopic.php?f=35&t=456>

L'obiettivo di questo articolo è rispondere a questa domanda:

**Qual è l'impostazione di esposizione migliore per me (con la strumentazione a mia disposizione) quando scatto le immagini del cielo profondo?**

La domanda è in realtà molto più lunga e articolata di così, qualcosa di più simile è:

Dato che sto usando la fotocamera [X] con il telescopio [Y] e che i miei livelli di inquinamento luminoso siano [Z] e che ho un tempo totale a disposizione di [H] ore prima che:

- a) l'alba o le nuvole arrivino
- b) il mio obiettivo se ne vada dietro un albero
- c) debba andare al lavoro

quale lunghezza di esposizione dovrei scegliere per le mie sottoesposizioni per avere la migliore qualità d'immagine possibile nell'immagine integrata finale che sto per produrre?

Il pericolo qui è che un neofita (o anche un esperto) seguirà il ragionamento secondo cui se sono necessarie lunghe esposizioni per vedere cose deboli, allora esposizioni sempre più lunghe portano a risultati migliori.

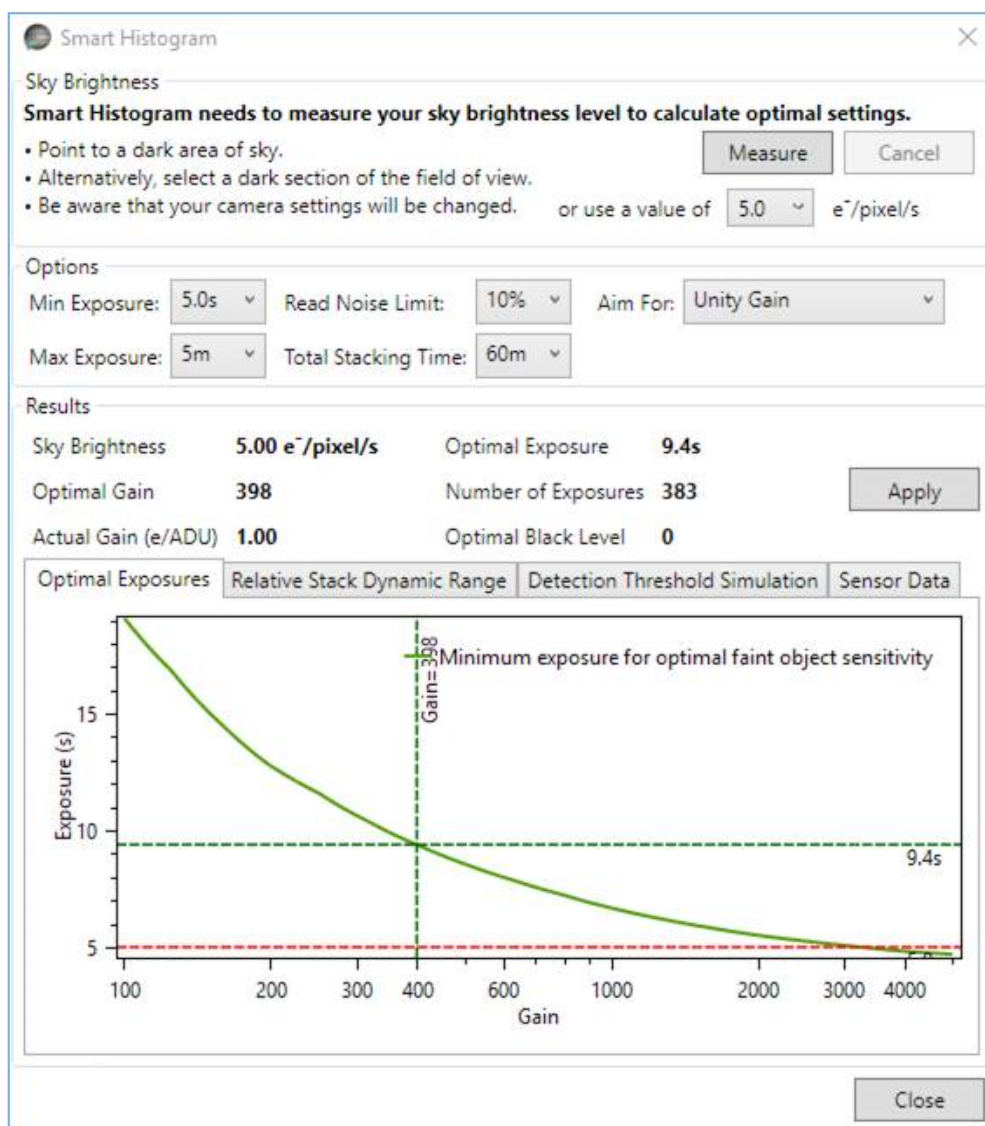
Questa visione è perpetuata in una certa misura dalle discussioni sulle sottoesposizioni di 10, 15 o anche 20 minuti utilizzate con guide e montature di alta qualità. Queste tecniche di sottoesposizioni estremamente lunghe producono buoni risultati (a condizione che la montatura e la guida si comportino bene), ma come vedremo **non sono sempre l'unico modo per ottenere buoni risultati con l'imaging del cielo profondo**.

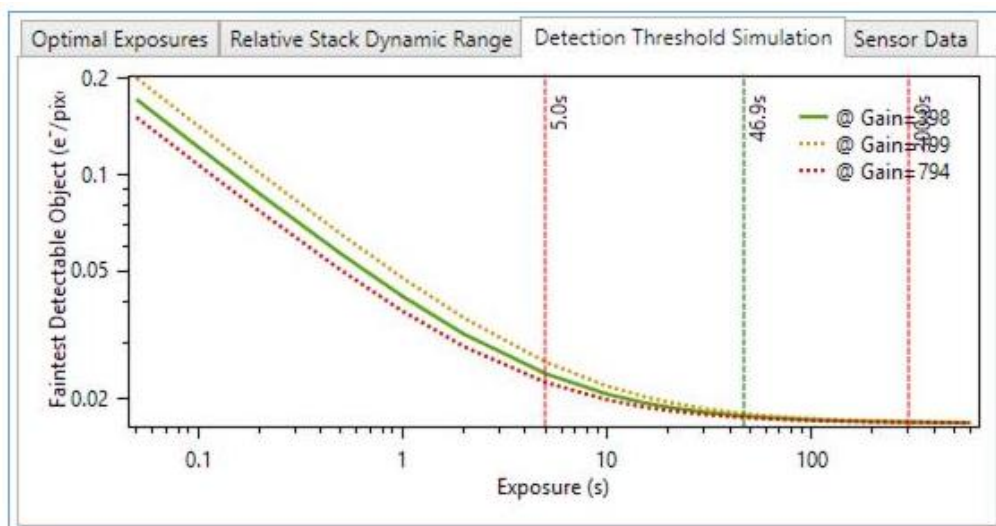
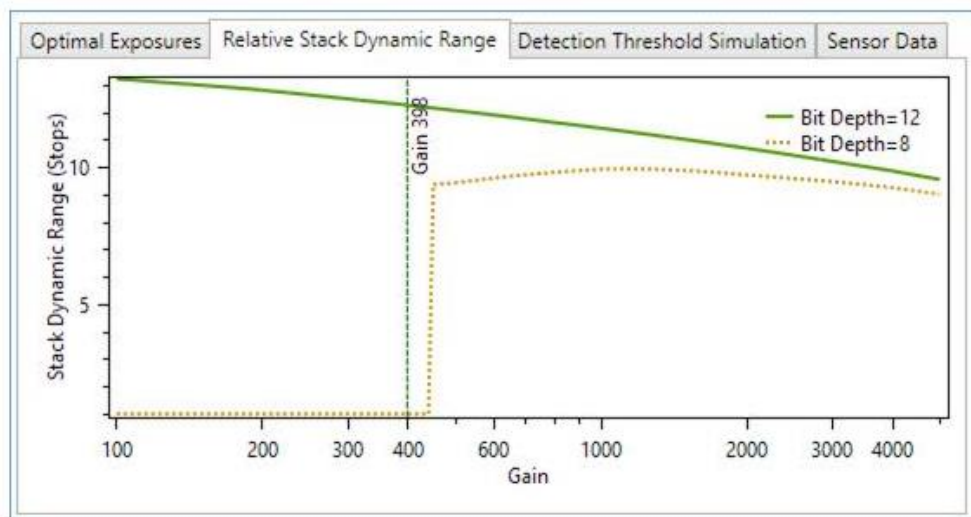
In molte condizioni scopriremo che si applica una legge **dei miglioramenti decrescenti** all'aumentare della lunghezza di esposizione, il che significa che esposizioni eccezionalmente lunghe non danno davvero alcun miglioramento nella qualità dell'immagine finale rispetto ai risultati che possono essere ottenuti dividendo lo stesso tempo di esposizione totale in più sottoesposizioni più brevi, poiché le lunghe esposizioni hanno inconvenienti propri: requisiti di guida, hot pixel, tracce di satelliti, meteoriti e aerei, ecc.,

La chiave è ovviamente trovare il **punto ottimale** in cui diminuiscono i miglioramenti dell'esposizione crescente e scegliere quel punto come il nostro tempo di esposizione. Alla fine di questo articolo vedremo come e perché si verifica questa diminuzione dei rendimenti e come è possibile trovare l'esposizione esatta necessaria per raggiungere il punto ottimale utilizzando la funzionalità Istogramma intelligente in SharpCap.

### The Smart Histogram Brain Window

The 'Brain' window looks quite complicated, but if you follow it from top to bottom it should not be too hard to use.





Per iniziare, dobbiamo esaminare le cause del "rumore" in un'immagine digitale e come ciò influisca sui deboli dettagli che speriamo di vedere.

### Rumore (Noise) e Segnale di fondo (Background)

Il problema con la parola "rumore" (e il motivo per cui la uso tra virgolette) è che viene utilizzata per coprire due concetti diversi nell'imaging che dovrebbero avere nomi diversi: questi concetti sono

**Rumore casuale (Random Noise):** significa variazioni casuali tra i valori dei pixel in un singolo fotogramma (o tra il valore in un singolo pixel nei fotogrammi sequenziali). Queste variazioni casuali si verificano anche quando si scattano immagini (ad esempio) di una superficie grigia perfettamente illuminata: non tutti i pixel avranno il valore del 50%, alcuni saranno del 49%, alcuni del 51%, alcuni del 48% e del 52%. Torneremo tra un minuto alle cause di queste variazioni.

**Segnale di sottofondo o di fondo (Background Signal):** questo significa segnale extra che viene aggiunto all'immagine rispetto alla informazione che si desidera veramente. Le informazioni che vuoi veramente sono immagini di galassie, nebulose, ecc. Il segnale di fondo proviene principalmente dal cielo (sky glow) e da uno sfondo termico causato dalla temperatura del sensore della fotocamera (detto rumore termico=Thermal Noise). Non ci riferiremo a nessuno di questi effetti come rumore qui per evitare confusione, ma risulta che entrambi possono portare a rumore casuale e questo risulta essere fondamentale per capire quale esposizione scegliere.

## Parte 2 – Rumore casuale (Random Noise)

Parliamo un momento di come funziona un sensore di immagini digitali ...

I fotoni (che sono stati raccolti dal telescopio o dall'obiettivo della fotocamera) colpiscono uno dei pixel sul sensore e ogni fotone che colpisce il sensore ha la possibilità di essere rilevato. Essere rilevato significa che il fotone è riuscito a trasferire un elettrone nel pozzetto di carica nel pixel ed è il numero di questi elettroni raccolti in ogni pixel che alla fine viene trasformato nell'immagine che vediamo. La possibilità che un fotone venga rilevato è chiamata efficienza quantica del sensore e per i sensori della fotocamera moderna può essere del 40-50% o anche superiore. La pellicola fotografica tradizionale rilevava solo una piccola percentuale dei fotoni che cadevano su di essa e per di più diminuiva con l'aumentare del tempo di esposizione (difetto di reciprocità), il che spiega perché l'imaging digitale abbia trasformato così tanto l'astrofotografia!

Solo per completare il quadro di come otteniamo l'immagine dalla nostra fotocamera, una volta terminata l'esposizione, la fotocamera misura il numero di elettroni generati da ciascun pixel, prima come tensione e poi, utilizzando un convertitore analogico-digitale (ADC) come numero. A seconda del sensore e della sua configurazione, il numero finale (misurato in ADU) potrebbe essere compreso tra 0..255 (8 bit), 0..4095 (12 bit) o 0..65535 (16 bit) o anche altri possibili intervalli.

Quindi, immaginiamo un sensore per fotocamera abbastanza tipico (un CMOS o un CCD) e un telescopio per immagini abbastanza tipico, forse un rifrattore ED o simile che useremo insieme per l'imaging del cielo profondo.

Ora, mettiamo il nostro sensore immaginario della fotocamera su un telescopio immaginario e puntiamolo su un immaginario M31.

Pensiamo a un pixel in particolare sul nostro sensore, forse è quello che raccoglie la luce da uno dei bracci a spirale della galassia, supponiamo che in media 10 fotoni al secondo (flusso) da M31 colpiscano quel particolare pixel sul sensore. Se il nostro sensore ha un'efficienza quantica tipica del 50%, quel pixel aggiungerà una media di 5 elettroni al secondo durante la durata dell'esposizione.

Se prendessimo un'esposizione di 10 secondi, ci aspetteremmo di raccogliere circa 50 elettroni, un'esposizione di 20 secondi circa 100 e **un'esposizione di 60 secondi circa 300 elettroni**.

La cosa fondamentale qui è che il nostro pixel non raccoglierà 300 elettroni ogni volta che facciamo un'esposizione di 60 secondi - a volte ne raccoglierà di più, a volte di meno perché il flusso di 10 fotoni al secondo è solo una media. È come lanciare una moneta: in media se lanci una moneta 10 volte ottieni cinque teste, ma non ottieni cinque teste \* ogni \* volta che esegui 10 lanci di moneta. Questo tipo di rumore, causato da variazioni casuali nel numero di elettroni rilevati per i pixel illuminati con la stessa intensità, è spesso chiamato **Shot Noise**.

Ora, risulta che la parte casuale del numero di elettroni (cioè di quanto è probabile che sia superiore o inferiore al valore medio) può essere modellata da una distribuzione di probabilità abbastanza semplice e ben nota chiamata distribuzione di Poisson. Puoi leggere l'intero articolo di wikipedia se vuoi, ma il fatto fondamentale che dobbiamo sapere è che la dimensione della variazione casuale è uguale alla radice quadrata del numero di elettroni, cioè:

$$\sigma_e = \sqrt{n_e}$$

$n_e$  è il numero di elettroni raccolti dal pixel

$\sigma_e$  è la deviazione standard del numero di elettroni attesi tra i pixel tutti esposti alla stessa intensità luminosa.

Per fare un esempio concreto, nel nostro caso di esposizione di 60s ci aspetteremmo che il numero di elettroni sia 300, quindi la deviazione standard sarà la radice quadrata di 300, o circa 17. Ciò significa che se avessimo molti pixel tutti a parità di intensità luminosa che cade su di essi, ci aspetteremmo che circa il 68% di quei pixel abbia valori compresi tra 283 e 317 (entro 1 deviazione standard della media), circa il 95% di essi sia compreso tra 266 e 334 (entro due standard deviazioni) e quasi tutti (99,7%) entro 3 deviazioni standard tra 249 e 351.

Quindi, ora capiamo da dove proviene il rumore casuale nelle immagini e probabilmente lo abbiamo visto tutti come macchioline particolarmente visibili nelle parti più deboli di un'immagine. Prima di andare avanti, dobbiamo vedere come quel rumore casuale limiti la nostra capacità di vedere i dettagli deboli nelle nostre immagini.

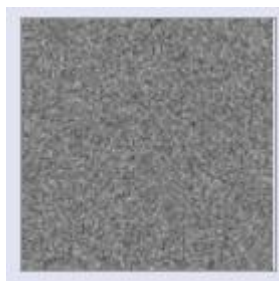
Tornando alla nostra fotocamera immaginaria ...

Abbiamo iniziato considerando un'area in cui i pixel ricevevano una media un flusso di 10 fotoni al secondo, quindi con un valore medio di 300 fotoni in 60 secondi, ma con rumore casuale, il che significa che i valori in realtà erano compresi tra 266 e 334 (2 volte sigma) e oltre. Ora pensiamo a una regione diversa del braccio a spirale nelle vicinanze che è un po' più debole, diciamo più debole del 10%. Ciò porterebbe a un flusso di 9 fotoni per pixel al secondo in media e quindi a una media di 270 fotoni in un'esposizione di 60 secondi con una deviazione standard di circa 16, quindi un intervallo tipico (2 volte sigma = 95%) da 238 a 302.

Si può vedere il tipo di rumore che deriverebbe da queste situazioni nelle immagini sottostanti - mentre non è troppo difficile vedere le differenze tra loro quando le immagini sono di 100 pixel su un lato ciascuna, se la variazione di luminosità fosse parte di dettagli fini di un'immagine sarebbe molto facile che sparisse completamente a causa del livello di rumore.



50% gray\_noise.png



45% gray\_noise.png

Ok, per ora basta sul rumore casuale (o almeno sullo shot noise). Nella parte successiva vedremo come nasce il segnale di fondo e come peggiora ulteriormente il rumore dello scatto. Dopodiché considereremo l'altra fonte di rumore casuale: read noise (rumore di lettura).

### Parte 3 - Segnale di sottofondo (Background Signal)

Abbiamo già accennato al fatto che esistono due sorgenti principali di segnale di fondo (ovvero sorgenti di elettroni rilevati che non provengono dagli oggetti celesti che speriamo di visualizzare). Quelle fonti sono

1) Inquinamento Luminoso (Light Pollution Background)

2) Fondo termico (Thermal Background) detto anche "Rumore termico" o "Thermal Noise"

Quello dell'inquinamento luminoso è abbastanza semplice da capire: la luce in eccesso proveniente dall'illuminazione stradale, dalle luci di sicurezza, dalla luna, ecc. È diffusa dall'atmosfera e alcuni di quei fotoni extra finiscono per scendere dal nostro telescopio e colpire il nostro sensore. Non c'è niente di speciale o di diverso in questi fotoni (a parte il fatto che non li vogliamo). Quando colpiscono i pixel nel sensore di immagine hanno la possibilità di generare un elettrone che è dato dall'efficienza quantica della fotocamera, proprio come qualsiasi altro fotone.

Il fondo termico (thermal noise) invece proviene dagli elettroni generati dal calore nel sensore della fotocamera invece che dai fotoni. Tutti gli atomi nel sensore vibrano e talvolta quelle vibrazioni possono caricare un elettrone nel "pozzetto" di misurazione proprio come fa un fotone.

Ora, una volta che questi elettroni di fondo sono stati generati, non importa da quale fonte provengano: è impossibile distinguere un elettrone generato da vibrazioni termiche da uno generato dal bagliore del cielo da un altro generato da un fotone che ha speso alcuni milioni di anni di viaggio da M31 ...

Tutti quegli elettroni vengono raccolti dal pixel e misurati alla fine dell'esposizione per dare un valore ADU per quel pixel.

Quindi, proprio come il nostro pixel immaginario nell'ultima parte riceveva 10 fotoni al secondo da M31, riceverà anche un flusso di fotoni dal cielo (sky glow) ed anche un flusso di elettroni dagli effetti termici. Quindi, possiamo scrivere un'equazione come questa

$$n_e = t(Qr_{p,target} + Qr_{p,sky} + r_{e,thermal})$$

Vale a dire che il numero di elettroni raccolti da un pixel in un'esposizione è dato:

- 1) dalla lunghezza dell'esposizione (t) moltiplicata per la Somma
  - a. del flusso di fotoni dall'oggetto celeste ( $r_{p,target}$ ) per il Q (efficienza quantica) del sensore
  - b. del flusso di fotoni dal cielo ( $r_{p,sky}$ ) per il Q del sensore
  - c. del flusso di elettroni da sorgenti termiche ( $r_{e,thermal}$ )

Utilizzando i nostri valori di esempio precedenti:

$t = 60s$

$r_{p,target} = 10 \text{ e/s}$

$Q = 50\%$

$r_{p,sky} = 5 \text{ e/s}$

$r_{e,thermal} = 1 \text{ e/s}$

$$e_{tot} = 60(0.5 \cdot 10 + 0.5 \cdot 5 + 1) = 510$$

possiamo calcolare un numero totale di elettroni raccolti in un'esposizione di 60s, incluso l'effetto dell'inquinamento luminoso e dello sfondo termico, **pari a 510**. Ricordiamoci che il numero di elettroni provenienti dal nostro oggetto celeste era 300, quindi abbiamo aggiunto un livello di fondo di 210 elettroni extra a questo pixel, che si rifletterà in valori di lettura ADU più elevati.

Se l'unica cosa che lo sfondo del cielo e lo sfondo termico facessero fosse aggiungere un offset costante a tutti i pixel nell'immagine, non ci preoccuperebbero molto: potremmo semplicemente sottrarre i "fotogrammi scuri" (dark frame) e risolvere completamente il problema durante l'elaborazione. Sfortunatamente non funziona così.

Ora stiamo raccogliendo 510 elettroni nel nostro pixel invece di 300, quindi dobbiamo rivedere i nostri calcoli dello shot noise. Per 300 elettroni, la nostra deviazione standard dello shot noise era di circa 17 elettroni, o circa il 5,5% del segnale. Ora abbiamo 510 elettroni, lo shot noise aumenta fino a quasi 23 elettroni, ovvero circa il 7,7% del segnale originale di 300 elettroni proveniente dal nostro obiettivo.

In questa parte abbiamo imparato come lo sfondo dell'inquinamento luminoso e delle sorgenti termiche non solo aggiunge un livello di luminosità costante alle nostre immagini, ma aumenta anche i livelli di rumore rendendo difficile vedere i dettagli fini. Abbiamo anche visto che quando pensiamo dal punto di vista degli elettroni rilevati non ci interessa davvero se lo sfondo sia dovuto al calore o all'inquinamento luminoso: entrambi hanno lo stesso effetto.

#### Parte 4 Rumore di lettura (Read Noise)

Una volta completata l'esposizione, la fotocamera misura la tensione per ogni pixel utilizzando un ADC (convertitore da analogico a digitale). Nelle telecamere CMOS c'è un ADC su ogni pixel, quindi la lettura è molto rapida, mentre nelle telecamere CCD la carica viene spostata attraverso le file di pixel della telecamera a un singolo ADC, portando a tempi di lettura più lunghi. In qualunque modo avvenga la lettura, sfortunatamente non è accurata al 100%: questa imprecisione viene definita rumore di lettura (read noise).

Rumore di Lettura significa che il valore digitale che otteniamo da un pixel non è esattamente uguale al numero di elettroni che sono stati raccolti da quel pixel e che il valore varierà anche tra pixel che hanno raccolto esattamente lo stesso numero di elettroni. Il rumore di lettura di una telecamera viene solitamente misurato in termini di deviazione standard dei valori ADU dell'immagine finale riconvertiti dalle misurazioni ADU in elettroni, ovvero una telecamera potrebbe avere un rumore di lettura di  $3e$  o  $8e$ .

Le moderne camere CMOS possono avere valori di rumore fino a  $1e$ , sebbene  $2e$ - $3e$  siano più tipici. Le fotocamere CMOS più vecchie possono avere valori di rumore fino a  $7e$ - $8e$ . Quasi tutte le camere CMOS hanno un controllo del guadagno che può essere regolato (il guadagno funge da pre-moltiplicatore per la tensione dei pixel prima che venga passato all'ADC, in modo che quando il guadagno aumenta si ottiene un incremento maggiore in ADU per un singolo elettrone extra). Di solito le telecamere CMOS mostrano un rumore di lettura più piccolo all'aumentare del guadagno, sebbene il calo del rumore di lettura di solito si attenui rapidamente. Le telecamere CMOS in genere hanno un rumore di lettura effettivo molto ampio in modalità a 8 bit - questo perché potrebbero essere necessari 50 o 100 o anche più elettroni in più per passare al livello ADU a 8 bit successivo.

Le camere CCD di solito non hanno un guadagno variabile e tendono a mostrare rumori di lettura più elevati nella gamma da  $7e$  a  $10e$ .

I livelli di rumore di lettura di solito non sono influenzati da nient'altro che dalle modifiche al guadagno della fotocamera. La temperatura, la durata dell'esposizione e altre regolazioni non hanno un effetto significativo su di loro.



## Parte 5 – Sommiamo il rumore

È qui che inizia a diventare interessante. Torniamo a un esempio che abbiamo visto prima: la nostra esposizione di 60s con sfondo del cielo e sfondo termico (vedi parte 3) e aggiungere l'effetto del rumore di lettura. Abbiamo calcolato un totale di 510 elettroni accumulati durante l'esposizione di 60s, dando un livello di shot noise di  $\sqrt{510} = \text{circa } 22,6e$ .

Supponiamo inoltre di utilizzare una moderna fotocamera CMOS con un rumore di lettura di 2.5e. Come vengono combinati questi due livelli di rumore per calcolare il livello di rumore finale del pixel?

Potresti essere tentato di aggiungere semplicemente i due valori di rumore per ottenere 25.1e, ma questo non è l'approccio giusto (e se lo fosse, saremmo giunti ad alcune conclusioni molto diverse su come scattare foto del cielo profondo alla fine di questa serie di post ...).

Risulta che il modo giusto per aggiungere due o più sorgenti di rumore è il seguente

$$N_{tot} = \sqrt{(N_1^2 + N_2^2 + N_3^2 + \dots)}$$

Cioè, ogni singola fonte di rumore viene quadrata, i rumori quadrati vengono sommati e quindi la radice quadrata di quella somma dà il rumore totale. Questo si chiama "aggiunta in quadratura" e in senso stretto dobbiamo essere sicuri che le diverse sorgenti di rumore siano **statisticamente indipendenti** l'una dall'altra prima di utilizzare questo approccio.

Vediamo quale rumore totale otteniamo aggiungendo le nostre due sorgenti di rumore (2.5e e 22.6e) in quadratura

$$\sqrt{22.6^2 + 2.5^2} = \sqrt{510 + 6.25} = \sqrt{516.25} = 22.7$$

Ok, questo potrebbe essere un risultato sorprendente per alcuni di voi: abbiamo aggiunto un rumore extra di 2.5e al nostro rumore di ripresa da 22.6e e il totale era 22.7e, **quasi nessun cambiamento**. Questo effetto - il fatto che quando si aggiungono sorgenti di rumore la sorgente più piccola contribuisce molto poco al rumore totale - è la chiave per poter scegliere una buona lunghezza di esposizione per l'astrofotografia del cielo profondo, ma non siamo ancora pronti per l'uso ancora.

Prima di andare avanti, rifacciamo i calcoli per un altro paio di casi. In primo luogo, in base allo stesso livello di rumore di ripresa (ovvero luminosità target, sfondo del cielo e sfondo termico), ma per una camera CCD con un rumore di lettura di 8e. In questo caso, il rumore totale sarà

$$\sqrt{22.6^2 + 8^2} = \sqrt{510 + 64} = \sqrt{576} = 24.0$$

In questo caso puoi vedere che il rumore di lettura della fotocamera ha almeno avuto un effetto apprezzabile sul rumore totale, portandolo circa il 6% al di sopra del livello di rumore dello scatto.

Per il nostro ultimo esempio, continueremo a utilizzare la nostra fotocamera CCD con rumore di lettura 8e, ma passeremo a un'esposizione di 6 secondi, che ridurrà il numero di elettroni raccolti da 510 a circa 51, portando a uno shot noise di circa 7.1e.

$$\sqrt{7.1^2 + 8^2} = \sqrt{51 + 64} = \sqrt{115} = 10.7$$

La conclusione che dobbiamo trarre da questa sezione è che quando il rumore di lettura (read noise) è molto inferiore al rumore di ripresa (shot noise), il rumore di lettura non ha praticamente alcun effetto sul rumore totale, che sarà molto vicino al valore di rumore di ripresa. Questo perché il rumore deve essere aggiunto in quadratura.

## Parte 6 - Mettiamo tutto insieme

Armati della nostra nuova conoscenza su come calcolare il rumore dell'immagine, torniamo indietro per cercare di trovare la risposta alla nostra domanda originale della parte 1: qual è la migliore lunghezza di sottoesposizione da utilizzare durante l'imaging in condizioni particolari. Sfortunatamente questa parte sarà piuttosto pesante dal punto di vista matematico - se vuoi, puoi fidarti e saltare alle conclusioni nella parte 7.

Dobbiamo definire il problema in modo più approfondito come segue:

Supponiamo di utilizzare una camera con efficienza quantica  $Q$  e un rumore di lettura (read noise) pari a  $\sigma_r$  elettroni che ha un thermal noise  $r_{e,thermal}$  (rumore termico) pari a un flusso di elettroni termici per pixel al secondo (e/pix/s).

Supponiamo inoltre che il livello di inquinamento luminoso apporti  $r_{p,sky}$  fotoni per pixel al secondo.

Intendiamo creare immagini per un tempo totale di  $T$  secondi e divideremo quel tempo in  $n$  sottoesposizioni separate ciascuna di durata pari a  $t$  secondi, quindi  $T = t n$ .

Quello che dobbiamo fare ora è calcolare il livello di rumore totale della "somma" finale di  $n$  immagini che avremo alla fine della nostra sessione di imaging. **Più basso sarà il livello di rumore totale di quell'immagine finale (stacked), migliore sarà la nostra immagine finale e più deboli saranno i dettagli che saremo in grado di vedere.** Infatti calcoleremo il rumore delle parti più scure dell'immagine dove l'unico segnale proviene dallo sfondo termico e dallo sfondo del cielo - questo sarà il rumore più basso di qualsiasi parte dell'immagine poiché le parti più luminose avranno un conteggio di elettroni più alto e quindi più rumore dello scatto.

Per iniziare, calcoliamo il rumore di una singola sottoesposizione. Dalla parte 3, abbiamo

$$n_e = t(Qr_{p,target} + Qr_{p,sky} + r_{e,thermal})$$

ma, in questo caso, stiamo considerando una parte scura dell'immagine, quindi non ci sono fotoni dall'oggetto celeste. Quindi, usando il fatto che la deviazione standard dello shot noise è la radice quadrata del numero di elettroni, abbiamo

$$\text{shot noise} = \sigma_e = \sqrt{t(Qr_{p,sky} + r_{e,thermal})}$$

Abbiamo assunto di aver misurato il rumore di lettura del sensore come  $\sigma_r$ , quindi possiamo usare la regola dell'aggiunta in quadratura per ottenere il rumore totale per il frame

$$\sigma_{frame} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_e^2}$$

A questo punto assumeremo (soggetto a ulteriori discussioni in seguito) che il rumore termico sia molto più piccolo del rumore del cielo, quindi per ora possiamo ignorare il rumore termico.

Sostituendo (eliminando  $r_{e,thermal}$ ) nel nostro calcolo dello shot noise, abbiamo.

$$\sigma_{frame} = \sqrt{\sigma_r^2 + (\sqrt{tQr_{p,sky}})^2}$$

Ora, ovviamente, stiamo prendendo la radice quadrata del conteggio degli elettroni dal rumore del cielo e quindi immediatamente quadrandola di nuovo, il che significa che possiamo semplificare il valore del rumore del fotogramma per

$$\sigma_{frame} = \sqrt{\sigma_r^2 + tQr_{p,sky}}$$

Uff... (tiriamo un sospiro) - ora abbiamo un valore per il rumore in un singolo frame, vediamo come possiamo passare al rumore nel nostro stack finale di n frame.

Creeremo la nostra immagine finale aggiungendo tutti i subframe. Questo ci dà un indizio su come calcolare il rumore - sappiamo già come combinare insieme le figure di rumore in questo tipo di casi - le aggiungiamo in quadratura. Questo ci darà il valore di rumore per il nostro frame finale pari a:

$$\sigma_{stack} = \sqrt{\sigma_{frame}^2 + \sigma_{frame}^2 + \dots}$$

Il numero totale di frame che stiamo aggiungendo all'interno della radice quadrata sarà uguale a n, il numero di sub-frame, quindi

$$\sigma_{stack} = \sqrt{n \cdot \sigma_{frame}^2} = \sqrt{n(\sigma_r^2 + tQr_{p,sky})}$$

Ricordando che il numero di sottoesposizioni moltiplicato per la durata della sottoesposizione dà il tempo totale T, finalmente abbiamo

$$\sigma_{stack} = \sqrt{n \cdot \sigma_r^2 + TQr_{p,sky}}$$

Nella prossima sezione vedremo finalmente cosa ci dice questa equazione sulla scelta della nostra lunghezza di sottoesposizione.

## Parte 7 - Cosa significa tutto questo?

Quindi, nell'ultima parte, abbiamo finalmente ricavato una formula che ci ha dato la quantità totale di rumore in una pila di immagini

$$\sigma_{stack} = \sqrt{n \cdot \sigma_r^2 + T Q r_{p,sky}}$$

Ricordiamoci le variabili in questa equazione:

T= il tempo totale per cui intendiamo creare immagini (che dedicheremo ad acquisire immagini)

N=il numero di sottoesposizioni che intendiamo prendere nel nostro tempo totale di imaging

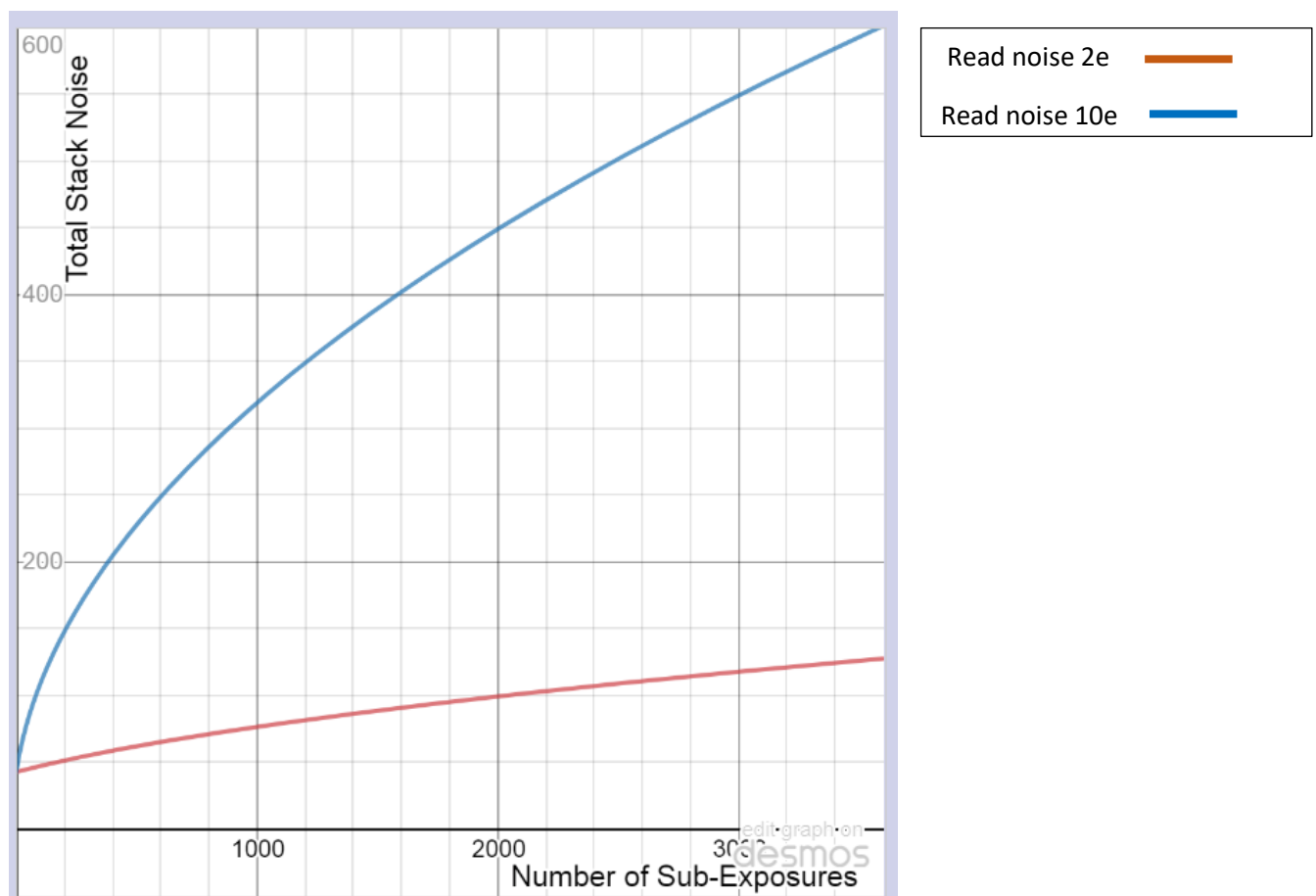
$\sigma_r$  =il rumore di lettura della camera - tipicamente tra 2 e 10 elettroni

Q =l'efficienza quantica della fotocamera - in genere circa il 50% (ovvero 0,5) e 80% (0,8)

$r_{p,sky}$  = il flusso dei fotoni dal fondo del cielo (inquinamento luminoso) in fotoni per pixel al secondo

Abbiamo due termini all'interno del segno della radice quadrata in questa equazione. Il primo,  $n \sigma_r^2$ , rappresenta il contributo del rumore di lettura (read noise) al rumore finale dello stack mentre il secondo,  $T Q r_{p,sky}$  rappresenta il contributo del rumore dello scatto (shot noise) al rumore dello stack finale. Vale anche la pena notare che il secondo termine all'interno della radice quadrata –  $T Q r_{p,sky}$  - è in realtà uguale al numero di elettroni rilevati per pixel durante l'intero tempo T della sessione di imaging. Questo numero sarà tipicamente compreso tra 100 o 1000.

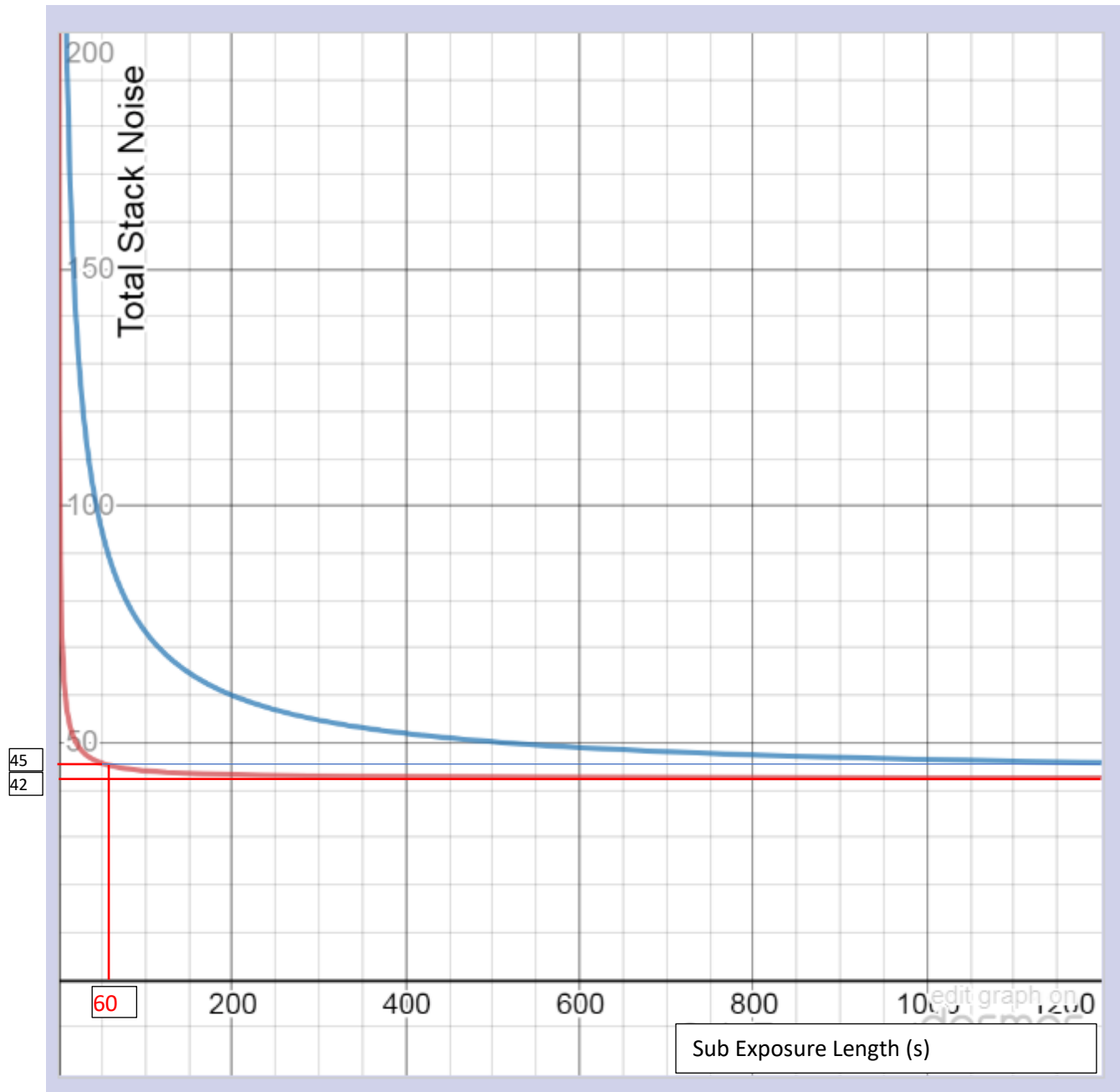
Diamo un'occhiata a che tipo di valori ci fornisce questa equazione.



Questo grafico mostra come varia il rumore totale dello stack totale con il numero di sottoesposizioni. Per questo ho preso un tempo di imaging totale di 1 ora (3600 secondi), un  $Q_E$  del sensore del 50% e un flusso di fotoni dal cielo inquinato di 1 fotone per pixel al secondo. La linea rossa mostra la curva per un sensore con rumore di lettura di 2e e la linea blu mostra la curva per un rumore di lettura di 10e.

Entrambi si incontrano nel punto in cui prendiamo solo 1 sottoesposizione della durata di 3600s (dove il rumore di lettura è sostanzialmente trascurabile in entrambi i casi). Da questo è chiaro quanto il rumore di lettura più elevato influisca sulla qualità dell'immagine quando utilizziamo sottoesposizioni più brevi.

Se ridisegniamo il grafico in modo che mostri gli stessi dati ma in termini di tempo di sottoesposizione sull'asse x invece del conteggio di sub-frame, è molto più sorprendente



Questo grafico ci dice che (leggere il valore finale relativo lato destro) possiamo raggiungere un rumore di stack totale di circa 42 prendendo una singola esposizione di un'ora. La nostra camera con rumore di lettura 2e può raggiungere un rumore di stack di circa 45 a sottoesposizioni di 60 secondi, ma la camera con rumore di lettura 10e ha circa il doppio del rumore totale a quella lunghezza di sottoesposizione e non può scendere a un rumore di stack di 45 la durata della sottoesposizione raggiunge 1200s (20 minuti) o più.

Quest'ultimo grafico mostra una cosa molto interessante: **il tempo di sottoesposizione necessario per l'imaging del cielo profondo dipende molto dal rumore di lettura della telecamera**. Le fotocamere con rumore di lettura elevato richiedono assolutamente esposizioni molto lunghe. Le telecamere a basso rumore di lettura possono ottenere gli stessi risultati impilando più fotogrammi, ma molto più corti.

Ok, quindi ora abbiamo uno schema della risposta alla nostra domanda: la prossima volta faremo un po' più di matematica e calcoleremo alcuni numeri effettivi per tempi di esposizione ottimali.

## Parte 8 - Finalmente alcuni risultati!

Se guardiamo il secondo grafico nella parte 7, possiamo vedere tre sezioni principali delle curve

- 1) Per esposizioni molto brevi in cui il livello di rumore aumenta molto rapidamente man mano che i tempi di sottoesposizione si accorciano e
- 2) Lontano sul lato destro dove le sottoesposizioni diventano lunghe - qui il rumore non cambia molto,
- 3) La parte al centro dove il grafico curva

Pensiamo alla nostra equazione per il rumore dello stack -

$$\sigma_{stack} = \sqrt{n \cdot \sigma_r^2 + TQr_{p,sky}}$$

e come si applica in ciascuna di queste tre aree.

Nell'area 1) dove le sottoesposizioni sono molto brevi,  $n$  è molto grande, il che significa che il primo termine nella radice quadrata è molto più grande del secondo. In questo caso abbiamo

$$\sigma_{stack} \approx \sqrt{n \cdot \sigma_r^2} = \sqrt{\frac{T}{t} \cdot \sigma_r^2}$$

Quindi vediamo che il rumore dello stack aumenta rapidamente essendo proporzionale alla radice quadrata del numero di sottoesposizioni in quest'area.

Nell'area 2) dove le sottoesposizioni sono lunghe,  $n$  è molto piccolo, il che significa che possiamo iniziare a ignorare il primo termine all'interno della radice quadrata poiché sarà molto più piccolo del secondo termine. Se il primo termine è molto più piccolo del secondo termine, abbiamo

$$\sigma_{stack} \approx \sqrt{TQr_{p,sky}}$$

il che ci sta dicendo che quando arriviamo al punto in cui il primo termine può essere ignorato, il rumore dello stack non dipende più dal numero di sottoesposizioni (o dalla lunghezza della sottoesposizione). (vedi nota 1)

**Questo è un risultato chiave:** ci dice che **c'è un punto in cui eseguire le sottoesposizioni non ha più alcun effetto sul miglioramento della qualità dell'immagine**. Se hai già superato quel punto, passare da una sottoesposizione di 5 minuti a una sottoesposizione di 10 o anche 20 minuti non migliorerà affatto la qualità della tua immagine impilata finale. In effetti probabilmente peggiorerà le cose in quanto rischi di errori di guida e di tracciamento e perdi la gamma dinamica.

L'ultima domanda a cui rispondere è: qual è la lunghezza di esposizione magica che dobbiamo usare per ottenere buoni risultati nello stack finale senza entrare nella zona in cui esposizioni più lunghe non ci danno praticamente alcun miglioramento?

Possiamo vedere dai grafici sopra che c'è sempre un leggero miglioramento extra nel rumore dello stack passando a sottoesposizioni più lunghe, ma che il miglioramento diventa rapidamente molto molto lento (specialmente con camere a basso rumore di lettura!). Per ottenere un numero, dobbiamo decidere quanto rumore extra siamo disposti a tollerare, oltre al minimo rumore possibile che otterremmo con sottoesposizioni molto lunghe).

Il minimo rumore possibile, senza alcun contributo dal rumore di lettura, è

$$\sigma_{stack,min} = \sqrt{TQr_{p,sky}}$$

Se siamo pronti ad accettare (diciamo) un valore di rumore dello stack superiore del 5%, abbiamo

$$\sigma_{stack} = \sqrt{n \cdot \sigma_r^2 + TQr_{p,sky}} = 1.05\sigma_{stack,min} = 1.05\sqrt{TQr_{p,sky}}$$

Squadrando entrambi i lati, abbiamo

$$n \cdot \sigma_r^2 + TQr_{p,sky} = 1.05^2 TQr_{p,sky}$$

così

$$n \cdot \sigma_r^2 = (1.05^2 - 1)TQr_{p,sky}$$



Ora, ciò che ci interessa veramente è il tempo di esposizione  $t = T / n$ , quindi possiamo riorganizzare e finalmente ottenere

$$t = \frac{T}{n} = \frac{1}{(1.05^2 - 1)} \frac{\sigma_r^2}{Qr_{p,sky}}$$

Diamo un'occhiata a quell'equazione e vediamo cosa possiamo imparare da essa ...

- 1) Il tempo di sottoesposizione ottimale è proporzionale alla lettura del rumore al quadrato! Ciò significa che una fotocamera con rumore di lettura 10 deve utilizzare esposizioni 25 volte più lunghe di una fotocamera con rumore di lettura 2 per ottenere lo stesso livello di rumore dello stack.

Questo spiega in un colpo solo perché le sottoesposizioni estremamente lunghe sono diventate comuni nell'imaging del cielo profondo: è perché le telecamere CCD ad alto rumore di lettura ne hanno bisogno! Rende anche chiaro che se hai una fotocamera con un basso rumore di lettura e usi quelle esposizioni molto lunghe, stai comunque pagando il prezzo per un problema che non devi risolvere!

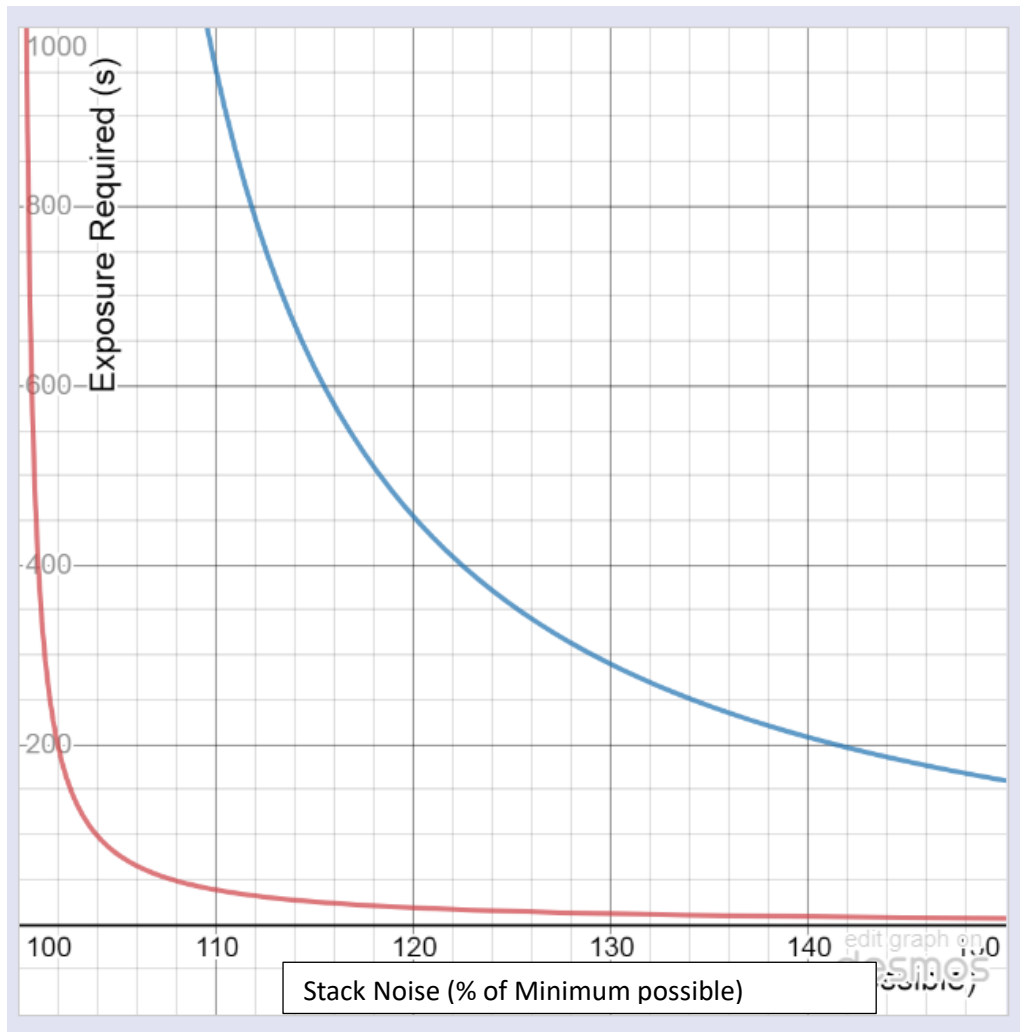
- 2) C'è un fattore all'inizio della formula che dipende dalla quantità di rumore extra che eravamo disposti ad accettare.

$$\frac{1}{(1.05^2 - 1)}$$

Per il nostro valore del 5% il fattore  $\frac{1}{(1.05^2 - 1)}$  risulta essere circa 9,75. Se fossimo pronti ad accettare il 10% di rumore in più, allora è 4,76. Se invece fossimo pignoli e volessimo aggiungere solo l'1% di rumore in più, allora sarebbe 49,75. Ricorda che passare dal 5% di rumore extra all'1% non riduce il rumore di un fattore cinque, ma lo riduce da 105 a 101. Ne vale la pena per il prezzo di una sottoesposizione cinque volte più lunga? Probabilmente no!

- 3) L'esposizione ottimale è inversamente proporzionale sia al  $Q_E$  della fotocamera che alla luminosità dello sfondo del cielo (inquinamento luminoso). Un inquinamento luminoso peggiore significa sottoesposizioni più brevi. Lo sappiamo istintivamente perché se prendi esposizioni molto lunghe con un cattivo inquinamento luminoso, i tuoi subframes si dissolvono in un mare di bianco: devi mantenere il livello dell'istogramma a un punto ragionevole limitando la lunghezza dell'esposizione. In termini di equazione, più inquinamento luminoso significa che il numero di elettroni (e quindi la quantità di rumore dello shot) di cui abbiamo bisogno per essere molto più grande del rumore di lettura viene raggiunto più rapidamente.

Un ultimo grafico: mostra il risultato della nostra equazione per la camera con rumore di lettura 2e (rossa) e la fotocamera 10e (blu). Qui stiamo esaminando il livello di rumore totale consentito sull'asse x (in%, con il rumore minimo ottenibile pari al 100%) e le lunghezze di sottoesposizione necessarie per soddisfare quel livello di rumore sull'asse verticale.



Ancora una volta, è sorprendente l'effetto che i diversi valori di rumore di lettura hanno sui tempi di esposizione!

Per finire, inseriamo alcuni numeri nella nostra equazione per calcolare i tempi di esposizione ottimali per le nostre due fotocamere per le quali abbiamo disegnato i grafici in precedenza. Utilizzando lo stesso QE del 50% e la velocità dei fotoni del cielo di 1 per pixel al secondo, e consentendo un aumento del 5% dal livello di rumore minimo, si ottengono le seguenti esposizioni:

10e read noise camera: 1951s (32,5 minuti)

2e read noise camera: 78s

Se permettiamo un aumento del 10% del livello di rumore, otteniamo invece

10e read noise camera: 952s (15,8 minuti)

2e read noise camera: 38s

Infine, considerando un'area più inquinata dalla luce con 5 fotoni per pixel al secondo, sempre con una tolleranza di rumore del 10%

10e read noise camera: 190s

2e read noise camera: 7.6s

Ovviamente, se non hai voglia di fare questi calcoli al buio e al freddo ogni volta che osservi, controlla la funzionalità Smart Histogram in SharpCap

La finestra Smart Histogram 'Brain' eseguirà automaticamente questi calcoli per te (e altro) e suggeriscono valori di guadagno (gain) ed esposizione ottimali per le tue condizioni di osservazione!

Nota 1: se sei attento potresti aver notato che l'equazione

$$\sigma_{stack} \approx \sqrt{TQr_{p,sky}}$$

fornisce un rumore di stack totale che è proporzionale alla radice quadrata del tempo di osservazione totale T. Ciò significa che il rumore aumenta all'aumentare del tempo di esposizione totale, il che sembra sbagliato! Tuttavia, ricorda che il segnale che vogliamo vedere - la galassia o la nebulosa - avrà una intensità proporzionale al tempo totale di osservazione T stesso (non la sua radice quadrata), quindi il segnale salirà ancora più velocemente. Infatti, il rapporto segnale-rumore, che è il fattore chiave per determinare se qualcosa è visibile o meno, risulterà essere proporzionale alla radice quadrata di T, quindi aumenterà all'aumentare del tempo di osservazione totale, che è ciò che ci aspetteremmo.